**Рекомендуемые задания для подготовки к ЕГЭ по математике.**

**Часть 1.**

**№1.**

**1.** Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.

**2.**Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.

**3.**Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.

**4.** Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.

**5.**В правильной шестиугольной призме  все ребра равны 1. Найдите угол  Ответ дайте в градусах. 

**6**. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *K* − середина ребра *BC*, *S* − вершина. Известно, что *SK* = 4, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 54. Найдите длину ребра *AC.*

**7.** В правильной треугольной пирамиде *SABC* *Q* − середина ребра *AB*, *S* − вершина. Известно, что *BC*=7, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 42. Найдите длину отрезка 

**8**.В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 17, а сторона основания равна 8. Найдите высоту пирамиды.

**9.** Найдите расстояние между вершинами *B* и  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. 

**10**. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые). 

№2.

**1.**Найдите значение выражения 

**2.**Найдите значение выражения 

**3.**Найдите значение выражения 

**4.**Найдите значение выражения 

**5.**Найдите значение выражения 

**6.**Найдите значение выражения 

**7.**Найдите значение выражения 

**8.**Найдите значение выражения 

**9.**Найдите значение выражения 

**10.**Найдите значение выражения 

**11.**Найдите значение выражения 

**12.**Найдите значение выражения 

**13.**Найдите значение выражения: 

**14.**Найдите значение выражения 

**15.**Найдите значение выражения 

**16.** Найдите значение выражения 

**17**. Найдите  если  и 

**18**. Найдите  если 

**19**. Найдите  если  и 

**20**. Найдите значение выражения  если 

**№3.**

### Домашняя работа № 54334947

<https://math-ege.sdamgia.ru/test?id=54334947>

**№4**

**1**. Найдите наименьшее значение функции  на отрезке 

**2.**Найдите наибольшее значение функции  на отрезке 

**3.**Найдите точку максимума функции 

**4**. Найдите наибольшее значение функции  на отрезке 

**5.**Найдите точку максимума функции 

 **6.** Найдите точку максимума функции 

 **7**. Найдите наименьшее значение функции  на отрезке 

 **8**. Найдите наибольшее значение функции  на отрезке 

  **9**. Найдите наибольшее значение функции  на отрезке 

№5.

1. При нормальном падении света с длиной волны  нм на дифракционную решeтку с периодом *d* нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  (отсчитываемый от перпендикуляра к решeтке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума *k* связаны соотношением  Под каким минимальным углом  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решeтке с периодом, не превосходящим 1600 нм?
2. Двигаясь со скоростью  м/с, трактор тащит сани с силой  кН, направленной под острым углом  к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле  Найдите, при каком угле (в градусах) эта мощность будет равна 75 кВт кВт  — это 
3. Катер должен пересечь реку шириной  м и со скоростью течения  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  где  − острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

**№6. Текстовые задачи.**

**1.**Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, следующие три часа — со скоростью 45 км/ч, а затем два часа — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

**2.**Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 14 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

**3.**Смешав 24-процентный и 67-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 41-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 45-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 24-процентного раствора использовали для получения смеси?

**4.**От пристани  к пристани , расстояние между которыми равно 192 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 4 часа после этого следом за ним со скоростью на 4 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

**5.**Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *А* в город *В*, расстояние между которыми равно 180 км. На следующий день он отправился обратно в *А* со скоростью на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *А* в *В*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *В* в *А*. Ответ дайте в км/ч.

**7.**Илья и Слава выполняют одинаковый тест. Илья отвечает за час на 16 вопросов текста, а Слава — на 20. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Илья закончил свой тест позже Славы на 33 минуты. Сколько вопросов содержит тест?

**8.**Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 22 минуты. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 минут? Ответ дайте в км/ч.

**9.**Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 15 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 34% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 46% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

**10.**Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

**11.**На изготовление 588 деталей первый рабочий затрачивает на 7 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 672 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**12.**Бизнесмен Коржов получил в 2000 году прибыль в размере 1 400 000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 20% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей составила прибыль Коржова за 2004 год?

**№7.**

1. На рисунке изображён график функции  Найдите 
2. На рисунке изображён график функции  Найдите *a*. 
3. На рисунке изображён график функции  Найдите *b*. 
4. 4. На рисунке изображён график функции  Найдите *a*. 

**5.** На рисунке изображён график функции  Найдите 

**Часть 2.**

**№8. Тригонометрические уравнения.**

**1.**

а) Решите уравнение

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку

**2.**

Решите уравнение:

**3.**

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

**4.**

а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**5.**

а) Решите уравнение .



б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку

**6.**

а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**7.**

а) Решите уравнение



б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

**8.**а) Решите уравнение .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .

**9.**

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**10**. а) Решите уравнение

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**№9. Стереометрия**

**1.**В правильной треугольной призме *ABCA*1*B*1*C*1 сторона основания равна 12, а боковое ребро *AA*1равно  На рёбрах *AB* и *B*1*C*1 отмечены точки *K* и *L*, соответственно, причём *AK* = 2; *B*1*L* = 4. Точка *M* — середина ребра *A*1*C*1. Плоскость γ параллельна прямой *AC* и содержит точки *K* и *L*.

а) Докажите, что прямая *BM* перпендикулярна плоскости γ.

б) Найдите расстояние от точки *C* до плоскости γ.

**2.**В правильной четырёхугольной пирамиде *SABCD* боковое ребро *SA* равно  а высота *SH* пирамиды равна  Точки *M* и *N* — середины рёбер *CD* и *AB*, соответственно, а *NT* — высота пирамиды с вершиной *N* и основанием *SCD*.

а) Докажите, что точка *T* является серединой *SM*.

б) Найдите расстояние между *NT* и *SC*.

**3.**В основании пирамиды *SABCD* лежит прямоугольник *ABCD* со стороной *AB* = 5 и диагональю *BD* =  9 .Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали *BD* основания *ABCD* отмечена точка *E*, а на ребре *AS* — точка*F* так, что *SF* =  *BE* = 4.

а) Докажите, что плоскость *CEF* параллельна ребру *SB*.

б) Плоскость *CEF* пересекает ребро *SD* в точке *Q*. Найдите расстояние от точки *Q* до плоскости *ABC*.

**4.**В основании четырёхугольной пирамиды *SABCD* лежит прямоугольник *ABCD* со сторонами *AB* = 8 и *BC* = 6. Длины боковых рёбер пирамиды

а) Докажите, что *SA* — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми *SC* и *BD*.

**5.**В кубе *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 все рёбра равны 4. На его ребре *BB*1 отмечена точка *K* так, что *KB* = 3. Через точки *K* и *C*1 построена плоскость α, параллельная прямой *BD*1.

а) Докажите, что *A*1*P* : *PB*1 = 2 : 1, где *P* — точка пересечения плоскости α с ребром *A*1*B*1.

б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани *BB*1*C*1*C*.

**6.**На ребре  прямоугольного параллелепипеда *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 взята точка *E* так, что *A*1*E* = 6*EA*. Точка *T* — середина ребра *B*1*C*1. Известно, что  *AD* = 12, *AA*1 = 14.

а) Докажите, что плоскость *ETD*1 делит ребро *BB*1 в отношении 4 : 3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью *ETD*1.

**№10. Планиметрия.**

**1.**В прямоугольном треугольнике *ABC* с прямым углом *C* известны стороны *AC* = 15, *BC* = 8. Окружность радиуса 2,5 с центром *O* на стороне *BC* проходит через вершину *C*. Вторая окружность касается катета *AC*, гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем  длины катета

б) Найдите радиус второй окружности.

**2.**Дан четырёхугольник .

а) Докажите, что отрезки  и  соединяющие середины его противоположных сторон, делят друг друга пополам.

б) Найдите площадь четырёхугольника , если ,

**3.**На сторонах *AD* и *BC* параллелограмма *ABCD* взяты соответственно точки *M* и *N* , причём *M* — середина *AD*, а *BN* : *NC* = 1 : 3.

а) Докажите, что прямые *AN* и *AC* делят отрезок *BM* на три равные части.

б) Найдите площадь четырёхугольника, вершины которого находятся в точках *С*, *N* и точках пересечения прямой *BM* c прямыми *AN* и *AC* , если площадь параллелограмма *ABCD* равна 27.

**4.**Отрезок, соединяющий середины *M* и *N* оснований *BC* и *AD* соответственно трапеции *ABCD*, разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.

а) Докажите, что трапеция *ABCD* равнобедренная.

б) Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание *BC* исходной трапеции равно 10. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны *AB*, основания *AN* трапеции *ABMN* и вписанной в неё окружности.

**5.**Окружность, вписанная в треугольник *ABC*, касается сторон *AB*, *BC* и *CA* в точках *K*, *M* и *N* соответственно.

а) Докажите, что

б) Найдите отношение *AK* : *KB*, если известно, что *AN* : *NC* = 4 : 3 и

**6.**Биссектриса угла *ADC* параллелограмма *ABCD* пересекает прямую *AB* в точке *E*. В треугольник *ADE* вписана окружность, касающаяся стороны *AE* в точке *K* и стороны *AD* в точке *T*.

а) Докажите, что прямые *KT* и *DE* параллельны.

б) Найдите угол *BAD*, если известно, что *AD* = 8 и *KT* = 4.

**7.**Около равнобедренного треугольника *ABC* с основанием *BC* описана окружность. Через точку *C* провели прямую, параллельную стороне *AB*. Касательная к окружности, проведённая в точке *B,* пересекает эту прямую в точке *K*.

а) Докажите, что треугольник *BCK* — равнобедренный.

б) Найдите отношение площади треугольника *ABC* к площади треугольника *BCK,* если

**8.**В треугольнике *АВС* проведены высоты *АК* и *СМ*. На них из точек *М* и *К* опущены перпендикуляры *МЕ* и *КН* соответственно.

а) Докажите, что прямые *ЕН* и *АС* параллельны;

б) Найдите отношение *ЕН* : *АС*, если угол *АВС* равен 30°.

**9.**Точка *M* — середина стороны *AD* параллелограмма *ABCD* . Из вершины *A* проведены два луча, которые разбивают отрезок *BM* на три равные части.

а) Докажите, что один из лучей содержит диагональ параллелограмма.

б) Найдите площадь четырёхугольника, ограниченного двумя проведёнными лучами и прямыми *BD* и *BC* , если площадь параллелограмма *ABCD* равна 120.

**10.**В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты *AK* и *CM*. На них из точек *M* и *K* опущены перпендикуляры *ME* и *KH* соответственно.

а) Докажите, что прямые *EH* и *AC* параллельны.

б) Найдите отношение *EH* и *AC*, если

**Оптимизация.**

**1. .** В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом ― 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

**2**. Алексей вышел из дома на прогулку со скоростью *v* км/ч. После того, как он прошел 6 км, из дома следом за ним выбежала собака Жучка, скорость которой была на 9 км/ч больше скорости Алексея. Когда Жучка догнала хозяина, они повернули назад и вместе возвратились домой со скоростью 4 км/ч. Найдите значение *v,* при котором время прогулки Алексея окажется наименьшим. Сколько при этом составит время его прогулки?

**3**. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

**4**.За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью ─ 0,5 очка, за проигрыш ─ 0 очков. В турнире принимают участие *m* мальчиков и *d* девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

а)  Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если *m* = 3, *d* = 2?

б)  Какова сумма набранных всеми участниками очков, если *m* + *d* = 10.

в)  Каковы все возможные значения *d*, если *m* = 7*d* и известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?