

**P-00 (демо-2021)**. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее **77**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 77 или больше камней. В начальный момент в первой куче было **семь** камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 69$ .

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**

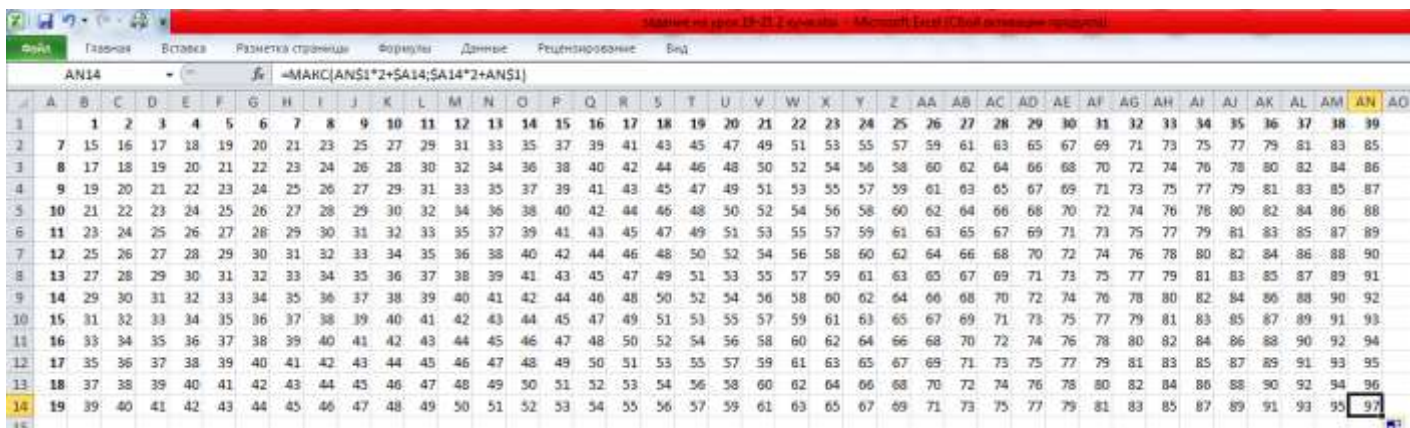
Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

1) Построим ЭТ – заготовку. Строки – камни в первой куче, начиная с 7, столбцы – начиная с 1, камни во второй куче. Столбцы до 69.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN																
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39																	
2	7																																																							
3	8																																																							
4	9																																																							
5	10																																																							
6	11																																																							
7	12																																																							
8	13																																																							
9	14																																																							
10	15																																																							
11	16																																																							
12	17																																																							
13	18																																																							
14	19																																																							

2) на пересечении строк и столбцов мы будем располагать сумму камней в двух кучах после очередного хода. Т.к. все играют «по-честному», мы должны выбирать ход, приносящий наибольшее кол-во камней.  $V2 = \text{МАКС}(2 * \$A2 + \$B\$1 ; \$A2 + 2 * \$B\$1)$ , необходимо закрепить строку 1 и столбец A, скопируем эту формулу во все ячейки.



Можно для наглядности ввести условное форматирование: закрасить зеленым ячейки, где сумма  $\geq 77$ .  
 Главная-условное форматирование-правила выделения ячеек.

3) теперь можно анализировать полученную таблицу: для этого повторим «заготовку»,

Но в ячейки запишем формулу:  $=\text{ЕСЛИ}(\text{ИЛИ}(\text{B\$1} * 2 + \$\text{A}2 > 76; \$\text{A}2 * 2 + \text{B\$1} > 76); 1; 0)$

Не забудем условное форматирование, здесь зеленые – ячейки, где стоит 1, можно добавить оформление красным, если в ячейке будет значение <0.

«1» означает, что игрок может выиграть в 1 ход.

4) Теперь сформулируем, из какой позиции можно только проиграть: при любом ходе из 4-х игрок попадает в «1». Можно сделать это «вручную»: например, если позиция (8, 34), то игрок может получить (9,34), (16,34), (7,35), (7,68). Все эти ячейки в «зеленой» зоне, значит, у игрока нет хороших ходов, он проиграет в 1 ход: ставим в эту клетку -1.

5) Когда мы можем поставить в клетку +2? Игрок выиграет в 2 хода, если у него есть хотя бы ОДИН ход в -1, т.н. он может поставить соперника в проигрышную позицию.

Здесь опять же можно «руками» все подсчитать, но нужно помнить про удвоение. Например, чтобы перейти в ячейку (8,34) можно стартовать из ячейки (7, 34), или (8, 33), или (7, 17) – из любой из них есть ход туда, значит, ставим в эти клетки 2.

Ну, а теперь самостоятельно проставьте остальные «2».

6) Когда в клетку можно поставить -2, т.е. проигрыш в 2 хода? Когда из текущей позиции можно попасть только в +2. Поставьте!

Наконец, отвечаем на вопросы.

№19 – найдем минимальную позицию, из которой можно попасть в «1». Для (7, 35) это только (7,34), поэтому посмотрим на (7,36) – туда можно попасть из (7, 18).  $S=18$  – ответ

№20 – снова анализируем первую строку, ищем «2» - это 31 и 34

№21 – минимальное  $S$ , для которого Ваня выиграет вторым ходом, значит Петя проиграет за 2 хода – ищем «-2» - это 30.

Сохраните файл, пришлите его

**Задача для самостоятельного решения:**

**Вопросы 19-21 к задаче 1 и следующим задачам такие же, как и в задаче P00.**

- 1) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 75 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 66$ .
- 2) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 83. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 83 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 73$ .
- 3) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 87. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 87 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 77$ .
- 4) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 53. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 53 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 47$ .
- 5) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 57. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 57 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 51$ .
- 6) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 63. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 63 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 57$ .
- 7) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней

- в кучах становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 69 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 63$ .
- 8) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 75 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 69$ .
- 9) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 61 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 54$ .
- 10) За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 69 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 62$ .

## ВАРИАНТЫ