

Предлагаемые задачи являются примерными. Учитель в зависимости от контингента учащихся и их уровня подготовки вправе изменить или поменять условия отдельных задач.

**8 класс**  
**ОТВЕТЫ**

Время проведения олимпиады – до 2,5 часов.

**Критерии оценивания**

Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство леммы, нахождение примера и т.п.). Наконец, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать все вышеперечисленное.

В соответствии с регламентом проведения математических олимпиад школьников каждая задача оценивается из 7 баллов. **Максимальное количество баллов за все задания – 35.**

Соответствие правильности решения и выставяемых баллов приведено в таблице.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако решение содержит существенные ошибки либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Важно отметить, что любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снимать баллы за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри. Важно отметить, что исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) не являются основанием для снятия баллов.

В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

Задание 1

max: 7 баллов

Число 1,5 интересно тем, что оно в 4 раза меньше суммы своих цифр. Найдите число, которое в 8 раз меньше суммы своих цифр.

Ответ на задание 1

max: 7 баллов

1,125

Критерии оценивания: за правильный ответ с соответствующей проверкой ставить 7 баллов, без проверки – 6 баллов.

Задание 2

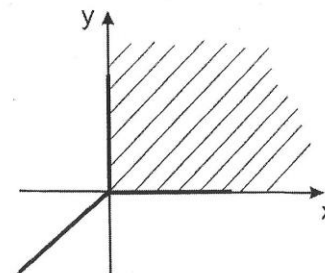
max: 7 баллов

Постройте график уравнения

$$|x| - x = |y| - y$$

Ответ на задание 2

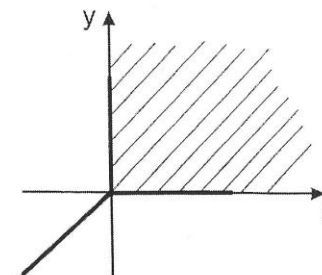
max: 7 баллов



Решение задания 2

max: 7 баллов

$$1) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ -2y = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ -2x = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \\ -2x = -2y \\ y = x \end{cases}$$



*Критерии оценивания:* за каждый правильно указанный луч ставить по 1 баллу. За правильно полученный результат – 7 баллов. За каждый не нарисованный луч снимать по 1 баллу.

**Задание 3** макс: 7 баллов

Сельский гипнотизер Иван Карпович разводит индюков и кур. Вследствие его экспериментов десятая часть индюков считает, что они – куры, а десятая часть кур считает, что они – индюки. Если же рассматривать всех, то пятая часть птиц Ивана Карповича считает себя индюками. А какую часть составляют индюки в его птичнике на самом деле?

**Ответ на задание 3** макс: 7 баллов

$\frac{1}{8}$  часть

**Решение задания 3** макс: 7 баллов

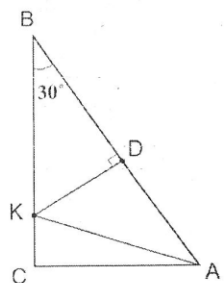
$$\begin{aligned} x &- \text{индюки, } y - \text{куры} \\ 0,2(x + y) &= 0,9x + 0,1y \\ 0,7x &= 0,1y \\ 7x &= y \\ 8x &= x + y \end{aligned}$$

*Критерии оценивания:* за правильный ответ без решения ставить 1 балл. Если ученик дал правильный ответ, используя конкретные числовые значения, то можно поставить 3 балла. Если ход решения приведен в общем виде, но с вычислительной ошибкой, снимать 1 балл.

**Задание 4** макс: 7 баллов

В прямоугольном треугольнике один из углов равен  $30^\circ$ . Докажите, что в этом треугольнике отрезок перпендикуляра, проведенного к гипотенузе через ее середину до пересечения с катетом, втрое меньше большого катета данного треугольника.

**Ответ на задание 4** макс: 7 баллов



Доказательство:  
 $\angle B = 30^\circ$ , BC – большой катет.  
 $\triangle ABC$ ,  $CA = \frac{1}{2}AB = AD$   
 Проведем АК  
 $\triangle KDA = \triangle KCA$  (по катету и гипотенузе),  
 $KD = KC$   
 $\triangle BKD$ ,  $KD = \frac{1}{2}BK$   
 $BC = BK + KC = 2KD + KD = 3KD$   
 $KD = \frac{1}{3}BC$

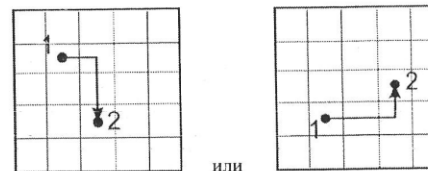
*Критерии оценивания:* за любое правильное доказательство ставить 7 баллов. В противном случае – 0 баллов.

**Задание 5** макс: 7 баллов

Петя и Вася играют по следующим правилам. Первым ходом Петя ставит на свободное поле шахматной доски коня. Далее, по очереди, Вася и Петя делают ходы этим конём по

шахматным правилам. Ставить коня дважды на поле, на котором он уже был, нельзя. Так продолжается, пока ходы возможны. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто может выиграть, независимо от игры соперника?

*Пояснения:* конь ходит буквой «Г» в любом из четырех направлений: длинная палочка состоит из 3-х клеток, короткая – из 2-х, например:



**Ответ на задание 5** макс: 7 баллов

Вася.

**Решение задания 5** макс: 7 баллов

Разобьем клетки доски на пары, в каждой из которых конь может из одной клетки сходить на другую. Это можно сделать, например, как указано на рисунке.

1	2	3	4
5	6	7	8
2	1	4	3
6	5	8	7

Одинаковыми числами отмечены клетки из одной пары. Нарисована только четверть доски. На остальных четвертях – аналогично. Одна из возможных выигрышных стратегий Васи: делать ход конём в парную клетку. Петя вынужден ставить коня в новую пару, и у Васи всегда есть ответ.

*Критерии оценивания:* при проверке этой задачи придерживаться общих критериев.