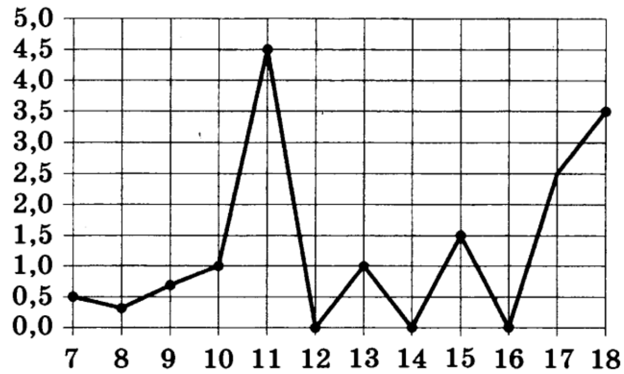
Вариант ЕГЭ(профильный)

Выполнить до 5.02.

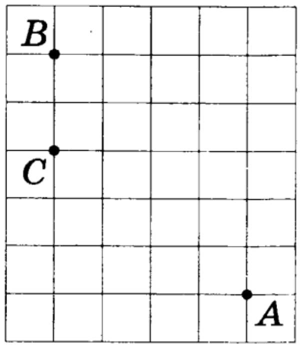
Часть 1

1. В розницу один номер еженедельного журнала «Репортаж» стоит 26 руб., а полугодовая подписка на этот журнал стоит 590 руб. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей сэкономит Иванов за полгода, если не будет покупать каждый номер журнала отдельно, а оформит подписку?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало больше 2 миллиметров осадков.



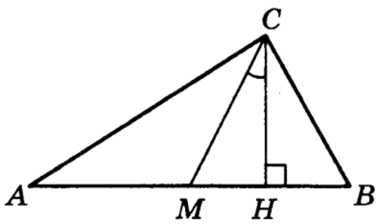
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до прямой BC.



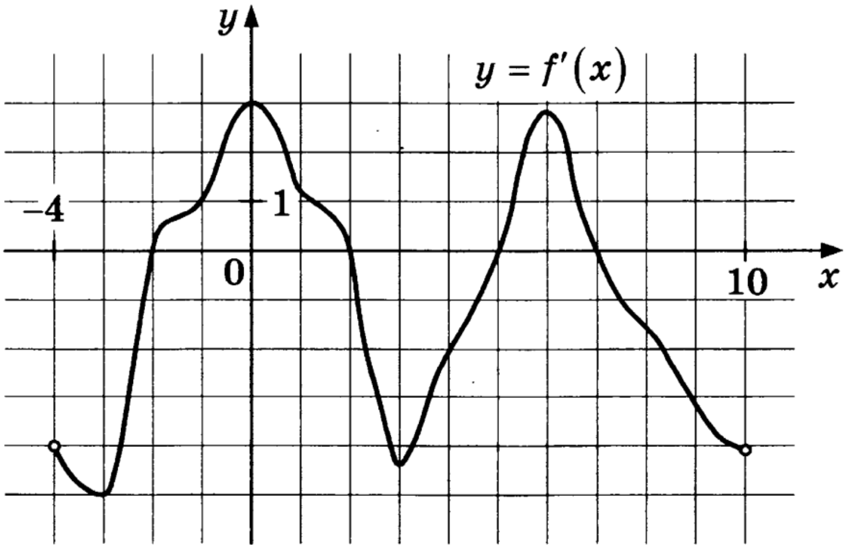
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно три раза.

5. Найдите корень уравнения $\log_3(2-x)=2$.

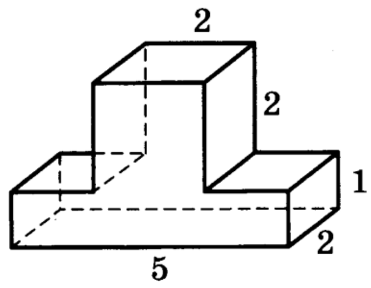
6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 28°. Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4;\ 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=-2x+16$ или совпадает с ней.



8. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P, измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{21}\ \text{м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $5{,}7 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Ответ выразите в градусах Кельвина.

11. Игорь и Паша могут покрасить забор за 30 часов. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 36 часов, а Володя и Игорь — за 45 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

12. Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 14x + 20\ln x - 6$.

13. а) Решите уравнение $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

14. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144.

а) Докажите, что угол между плоскостью SAC и плоскостью, проходящей через вершину S этой пирамиды, середину стороны AB и центр основания, равен 45°.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью SAC.

15. Решите неравенство $7^{\ln\left(x^2-2x\right)} \le \left(2-x\right)^{\ln 7}$.

16. Медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Точки A_2, B_2 и C_2 — середины отрезков MA, MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC.

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 5$, $BC = 8$ и $AC = 10$.

17. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$ имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4; 19)$.

19. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 48 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 12 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?