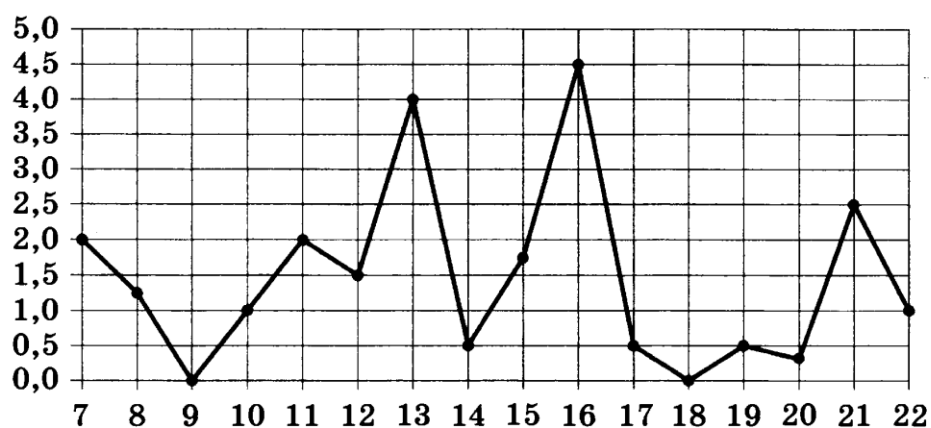
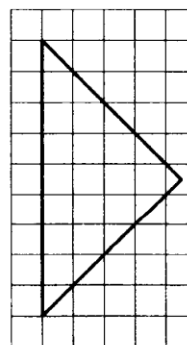


Часть 1

1. Система навигации, встроенная в спинку самолётного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 36 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период выпало наибольшее количество осадков.



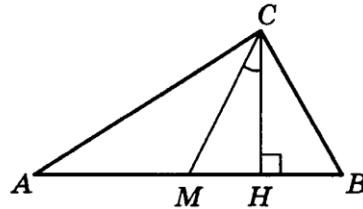
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



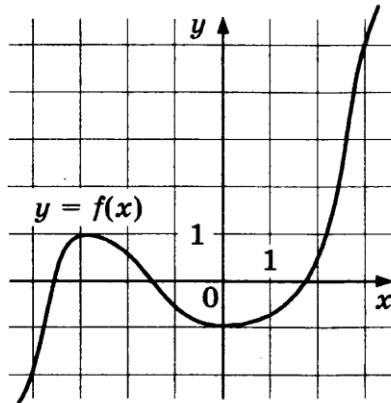
4. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 4, но не дойдя до отметки 7.

5. Найдите корень уравнения $\log_5(-2 - x) = 1$.

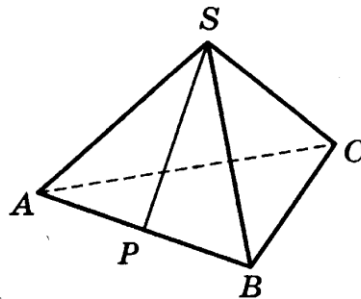
6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 32° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите точку, в которой функция $f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-4; 3]$.



8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка P — середина ребра AB , S — вершина. Известно, что $BC = 4$, а площадь боковой поверхности равна 24. Найдите длину отрезка SP .



Часть 2

9. Найдите $4 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,5$.
10. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задаётся формулой: $q = 100 - 10p$. Определите наименьшую цену p (в тыс. руб.), при которой выручка предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит 210 тыс. руб.
11. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.
14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.
- а) Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS .
- б) Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

15. Решите неравенство $\frac{3}{(2^{2-x^2}-1)^2} - \frac{4}{2^{2-x^2}-1} + 1 \geq 0$.

16. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

17. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

18. Найти все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(5x-2)\sqrt{x^2-2x+2a-a^2}=0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19. Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $3x = 8y - 29$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 170?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.